3°/ Tracer C_f dans un plan $\mathcal{P}$ rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 15 :

Soit f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} - 1$$

1°/ Etudier les variations de f

2°/ On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

a) Ecrire l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 0$

b) Etudier la position de (C) et (T)

3°/ Tracer (C)

4°/ On considère la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} U_0 = -\frac{1}{2} \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

a) Prouver que $\forall n \in \mathbb{N}$, $-1 < U_n < 0$

b) Montrer que (U_n) est convergente et calculer sa limite .

5°/

a) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $0 < U_{n+1} + 1 \leq \frac{2\sqrt{5}}{5}(U_n + 1)$

b) Prouver que $\forall n \in \mathbb{N}$, $0 < U_n + 1 \leq \frac{1}{2}\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^n$

c) Retrouver ainsi la limite de la suite (U_n) .

Exercice 16 :

A) Soit f_n : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$: $x \mapsto \frac{x^n}{\sqrt{x^2+1}}$ où n est entier ≥ 1

On note C_n la courbe représentative de f_n dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.